

Ausarbeitung zu "Akustik"

Anfängerpraktikum Teil 1
Technische Universität München

Clara Donat, Matthias Quintern
Kurs 2, Gruppe 6, Team 11

11. November 2020

Einleitung

Ziel dieses Versuchs ist es, die Schallgeschwindigkeit in Luft und in anderen Medien zu bestimmen. Hierbei wird zunächst die Laufgeschwindigkeit des Schalls in drei verschiedenen Stäben ermittelt. Zudem führt man eine Laufzeitmessung in der Luft durch und im letzten Teilversuch werden stehende Wellen näher betrachtet.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	2
1.1 Allgemeines	2
1.2 Wichtige Kenngrößen	2
1.3 Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Medien	2
1.3.1 Festkörper	2
1.3.2 Gase	2
1.3.3 Stehende Wellen	3
2 Versuchsaufbau	3
2.1 Laufzeitmessung im Festkörper	3
2.2 Laufzeitmessung in der Luft	3
2.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle	3
3 Ergebnisse und Diskussion	4
3.1 Laufzeitmessung im Festkörper	4
3.2 Laufzeitmessung in der Luft	5
3.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle	5
4 Anhang	6
4.1 Fehlerrechnung Stehende Welle	6
5 Literaturverzeichnis	6

1 Grundlagen 2.1

1.1 Allgemeines

Grundsätzlich entstehen Wellen in elastisch deformierbaren Medien durch die Auslenkung eines Massenelements aus seiner Gleichgewichtslage. Aufgrund einer zurücktreibenden Kraft fängt dieses nun an um seine Gleichgewichtslage zu schwingen und regt dabei auch benachbarte Teilchen zu Schwingungen an. Die Schwingungsrichtung der so entstandenen Schallwelle kann entweder senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle stehen (Transversalwelle) oder parallel dazu (Longitudinalwelle). Während in Flüssigkeiten und Gasen nur longitudinale Wellen entstehen können, treten in festen Materialien auch transversale Schallwellen auf.

1.2 Wichtige Kenngrößen

Um eine Welle mathematisch beschreiben zu können, werden verschiedene charakteristische Kenngrößen benötigt. Neben der Wellenlänge λ , die gleich dem Abstand zwischen zwei Wellenbergen ist, definiert man die Schwingungsdauer T als die für das Durchlaufen von λ benötigte Zeitdauer. Die allgemeine Wellengleichung lautet:

$$a(t, x) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \phi), \quad (1)$$

wobei A als Amplitude die maximale Auslenkung eines Wellenbergs darstellt und $\omega = \frac{2\pi}{T}$ die Kreisfrequenz beschreibt. Zudem werden $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ als Wellenzahl und ϕ als Phase bezeichnet.

Will man nun die Geschwindigkeit eines Schwingungszustandes (also zum Beispiel eines Wellenbergs) der Welle berechnen, kann man dafür folgende Beziehungen verwenden:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = f \cdot \lambda \quad (2)$$

v wird auch Phasengeschwindigkeit genannt und $f = \frac{1}{T}$ stellt die Frequenz der Schwingung dar.

1.3 Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Medien

1.3.1 Festkörper

Longitudinale Schallwellen bewegen sich in langen Stäben (mit im Vergleich zur Wellenlänge kleinen Durchmessern) mit der Geschwindigkeit

$$v_{FK, longitudinal} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3)$$

ρ steht hierbei für die Dichte des betrachteten Stabes und E heißt Elastizitätsmodul.

1.3.2 Gase

Mithilfe des sogenannten Kompressionsmoduls K lässt sich die Phasengeschwindigkeit in Gasen folgendermaßen berechnen:

$$v_{Gas} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}. \quad (4)$$

Alternativ lässt sich diese Gleichung bei idealen Gasen auch zu:

$$v_{Gas} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}} \quad (5)$$

umformen, wobei p der Druck, R die ideale Gaskonstante, T die Temperatur, M die molare Masse und κ der Adiabatenkoeffizient ist. Man muss bei Gleichung 5 allerdings beachten, dass v_{Gas} von der Wurzel der absoluten Temperatur abhängt:

$$v_{Gas}(T) = v_{Gas}(T_0) \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (6)$$

1.3.3 Stehende Wellen

Wenn sich zwei gegenläufige Wellen mit der gleichen Amplitude und Kreisfrequenz überlagern, entstehen sogenannte *stehende Wellen*. Diese besitzen Schwingungsknoten an den Orten, wo die Amplitude beider ursprünglicher Wellen gleich Null ist und Schwingungsbäuche, an denen die Auslenkung maximal bzw. minimal ist.

3.1

Eine stehende Welle lässt sich nun zum Beispiel durch eine in ein Rohr einlaufende Schallwelle realisieren, die am Rohrende reflektiert wird und sich mit der einlaufenden Welle überlagert. Am Rohrende erfolgt immer ein Phasensprung von genau π , weswegen sich dort immer ein Schwingungsknoten ausbildet. Im Gegensatz dazu entstehen Schwingungsbäuche an den offenen Enden eines Rohrs.

3.2

Damit gewährleistet ist, dass die einlaufende Welle identisch mit der zuerst am Rohrende und dann am Rohranfang reflektierten Welle ist, müssen folgende Bedingungen für die Rohrlänge l eines beidseitig geschlossenen Rohrs erfüllt sein:

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad f = n \cdot \frac{v}{2l}. \quad (7)$$

Wenn jedoch eines der beiden Rohrenden offen ist, ändern sich die Formeln zu:

$$l = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad f = \frac{(2n - 1) \cdot v}{4l}. \quad (8)$$

Bei allen Gleichungen in 7 und 8 gilt $n \in \mathbb{N}$.

2 Versuchsaufbau 3.3

2.1 Laufzeitmessung im Festkörper

Um die longitudinale Schallgeschwindigkeit in einem Festkörper zu messen, nutzt man aus, dass der Schallimpuls am Ende des Körpers reflektiert wird. Es wird ein Metallstab auf einem Sensor platziert, welcher mit einem Oszilloskop verbunden ist. Erzeugt man an einem oberen Stabende nun einen Schallimpuls durch leichtes Aufschlagen mit einem Hammer, bewegt sich die Schallwelle durch den Stab und wird an den Enden wieder zurück reflektiert. Am Oszilloskop sieht man mehrere Ausschläge, deren Abstand die doppelte Laufzeit der Welle durch den Stab ist. Der Versuch wird jeweils mit einem Stab aus Stahl, Messing und Kupfer durchgeführt.

3.4

2.2 Laufzeitmessung in der Luft

Mithilfe von zwei Mikrofonen, welche an ein Oszilloskop angeschlossen sind, wird hier die Schallgeschwindigkeit von Luft bestimmt. Die Mikrofone werden in variablem Abstand auf einer Achse platziert. Anschließend erzeugt man auf dieser Achse in ca 1 m Entfernung des ersten Mikrofons einen Schallimpuls. Am Oszilloskop lässt sich dann eine Zeitdifferenz Δt zwischen der Aufnahme des Schallimpulses durch das erste und der des zweiten Mikrofons ablesen. Der Vorgang wird für verschiedene Abstände wiederholt.

2.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle

In diesem Versuch wird die Schallgeschwindigkeit der Luft über eine stehende Welle in einem halboffenen Rohr gemessen. Am offenen Rohrende gelangen durch einen Lautsprecher erzeugte Schallwellen in das Rohr. Die Frequenz ist über einen Frequenzgenerator regelbar. Die Höhe des oberen Rohrendes kann man über einen verschiebbaren Stempel verändern. Am unteren Rohrende befindet sich zudem ein Mikrofon, dessen Signal über ein Oszilloskop dargestellt wird. Am Frequenzgenerator wird eine Frequenz von $f_1 = 1,0022$ kHz eingestellt und der Stempel dann von unten nach oben gezogen. Am Oszilloskop kann man anhand der Amplitude feststellen, ob ein Resonanzmaximum auftritt. Die Position des Stempels (und damit die Rohrlänge) wird für jedes Maximum notiert. Anschließend wird der Versuch für die Frequenzen $f_2 = 0,6019$ kHz und $f_3 = 1,7654$ kHz wiederholt.

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Laufzeitmessung im Festkörper

Um die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten in den jeweiligen Materialien zu bestimmen, verwendet man die bekannte Beziehung:

$$v_{FK} = \frac{2 \cdot l}{t}, \quad (9)$$

wobei l die jeweilige Stablänge und t die doppelte Laufzeit der Welle durch den Stab ist. Formt man Gleichung 3 nach E um, kann man mit 9 auch die verschiedenen Elastizitätsmodule der Stäbe berechnen. Hierbei wurde angenommen, dass nur longitudinale und keine transversalen Wellen auftreten. Die numerischen Werte sind in Tabelle 1 aufgetragen.

	Stablänge l [m]	Laufzeit t [μ s]	v_{FK} [m/s]	Elastizitätsmodul E [GPa]
Stahl	1,497	600	4990	194,2
Kupfer	1,499	800	3747,5	125,7
Messing	1,5	850	3529,41	107,1

Tabelle 1: Schallgeschwindigkeit und Elastizitätsmodul der drei verschiedenen Stäbe

Die ermittelten Werte für die Schallgeschwindigkeit stimmen innerhalb der Unsicherheiten mit Literaturwerten [1] überein. 4.2

Mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung lassen sich die Geschwindigkeitsunsicherheiten folgendermaßen berechnen:

$$u(v_i) = \sqrt{\left(\frac{2u(l)}{t_i}\right)^2 + \left(\frac{2l_i \cdot u(t)}{t_i}\right)^2} \quad (10)$$

Durch die Fertigungsgenauigkeit:

$$u(l) = a + b \cdot L \quad (11)$$

(mit $a = 0,6$ mm, $b = 0,4$ mm/m und L der auf den nächsten Meter gerundeten Stablänge) und einer geschätzten Ableseungenauigkeit von ± 2 mm konnte die Gesamtunsicherheit der Stablänge zu $u(l) = 2,44$ mm bestimmt werden. Als Ablesefehler für die Zeit am Oszilloskop wurde $u(t) = \pm 50$ μ s angenommen. Die Ungenauigkeit des Oszilloskops selbst ist mit 0,01% so gering, dass sie vernachlässigt werden kann.

In weiterer Folge erhält man die Unsicherheiten $u(E)$ der Elastizitätsmodule, indem man wiederum die Gaußsche Fehlerfortpflanzung auf die zu

$$E = v^2 \cdot \rho \quad (12)$$

umgeformte Gleichung 3 anwendet:

$$u(E) = \sqrt{(2v\rho \cdot u(v))^2 + v^4 \cdot u(\rho)^2} \quad (13)$$

Sowohl ρ als auch $u(\rho)$ der Dichte stammen aus der Versuchsanleitung [2]. Insgesamt ergibt sich:

	$u(v)$ in [$\frac{m}{s}$]	$u(E)$ in [GPa]
Stahl	415,91	2,491
Kupfer	234,29	0,705
Messing	207,69	2,492

Tabelle 2: Unsicherheiten der Schallgeschwindigkeit und des Elastizitätsmoduls

3.2 Laufzeitmessung in der Luft

Abbildung 1 zeigt die Messpunkte mit der Ausgleichsgeraden $x(t) = 35,21 \text{ cm ms}^{-1} \cdot t - 0,62 \text{ cm ms}^{-1}$. Zu erwarten ist eine Ursprungsgerade, hier hat man aber eine kleine Abweichung. Die Geradensteigung entspricht nun der gesuchten Schallgeschwindigkeit, man erhält also $v = (352,1 \pm 7,5) \text{ m/s}$. Verglichen mit dem Literaturwert von $v_L = 346 \text{ m/s}$ [4] sieht man also eine deutliche Abweichung. Diese kann verschiedene Gründe haben, beispielsweise fällt die Intensität des Wellenpakets im Verhältnis vom ersten zum zweiten Mikrofon ab. Dadurch ist schwer, die Wellenpakete zu vergleichen und eine genaue Zeitdifferenz abzulesen. Zudem wurden hier zwei unterschiedliche Mikrofone verwendet, diese können (sowie auch die verwendeten Kabel) unterschiedliche Latenzen haben, wodurch die Bilder am Oszilloskop nicht zeitlich synchron sind.

5.1

Nun wird der Adiabatenkoeffizient κ berechnet. Dazu wird Gleichung 5 in Gleichung 6 eingesetzt und der Ausdruck umgestellt zu:

$$\kappa = v^2 \cdot \frac{\rho_0}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}. \quad (14)$$

Mit $T = 19 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 1,293 \text{ mg/cm}^3$ [2], $p_0 = 1013 \text{ hPa}$ [2] erhält man $\kappa = 1,480 \pm 0,063$. Verglichen mit dem Literaturwert von 1,400 [3] stellt man auch hier eine hohe Abweichung fest, die aus der Abweichung der Schallgeschwindigkeit folgt.

5.2

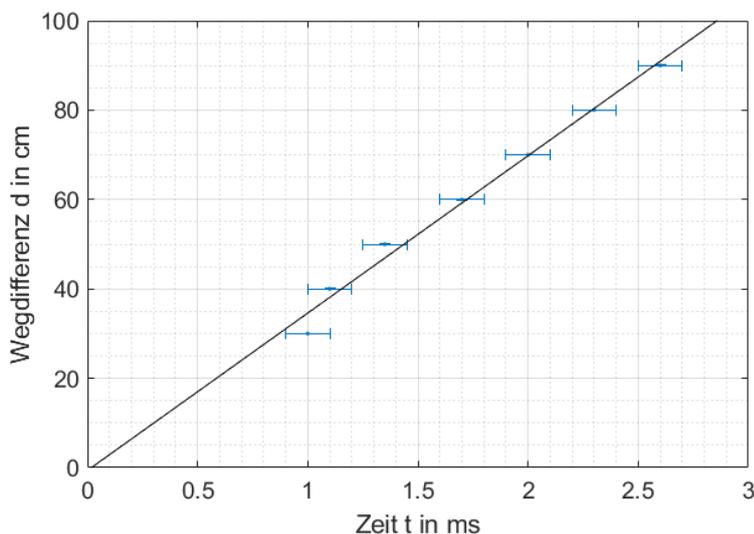


Abbildung 1: Laufzeitmessung in der Luft, Messpunkte und Fitgerade

3.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine stehende Welle

Die gemessenen Rohrlängen sind in Abb. 2 gegen die Ordnung des jeweiligen Maximums aufgetragen. Zudem sind Ausgleichsgeraden eingetragen. Man erhält also lineare Funktionen für l von der Form: $l(n) = m \cdot n + y$ mit Geradensteigung m und y - Achsenverschiebung y . Vergleicht man dies mit Gleichung 8, wobei zusätzlich $\lambda = \frac{v}{f}$ eingesetzt wird, erkennt man dass $m = \frac{v}{2 \cdot f}$. Dabei ist v die gesuchte Schallgeschwindigkeit und f die Frequenz. Umgestellt nach v erhält man

$$v = 2 \cdot m \cdot f. \quad (15)$$

Für die drei Messreihen bekommt man dann $v_1 = 341,34 \pm 0,81 \text{ m/s}$, $v_2 = 344,77 \pm 1,22 \text{ m/s}$, $v_3 = 341,04 \pm 0,71 \text{ m/s}$. Berücksichtigt wurden die Unsicherheiten von m und f , da aber nur 2 Werte innerhalb der Unsicherheiten übereinstimmen, wurde ein Faktor nicht (ausreichend) berücksichtigt. Eine mögliche Erklärung wären Temperaturschwankungen während des Experiments. Bildet man nun den gewichten

Mittelwert und berücksichtigt dann die Skalierungsunsicherheit des verwendeten Maßstabs, erhält man $\bar{v} = 341,75 \pm 1,95$ m/s. Der Wert liegt recht nah am Literaturwert von $v_L = 346$ m/s [4], zudem ist der v_L bei einer Temperatur von 25°C , bei diesem Versuch waren es jedoch nur ca. 19°C . In diesem Fall war die Schallgeschwindigkeitsbestimmung mittels der stehenden Wellen deutlich präziser als die Methode mit der Laufzeitmessung, da dort offenbar die verschiedenen Mikrofone großen Einfluss auf das Ergebnis hatten.

6.1

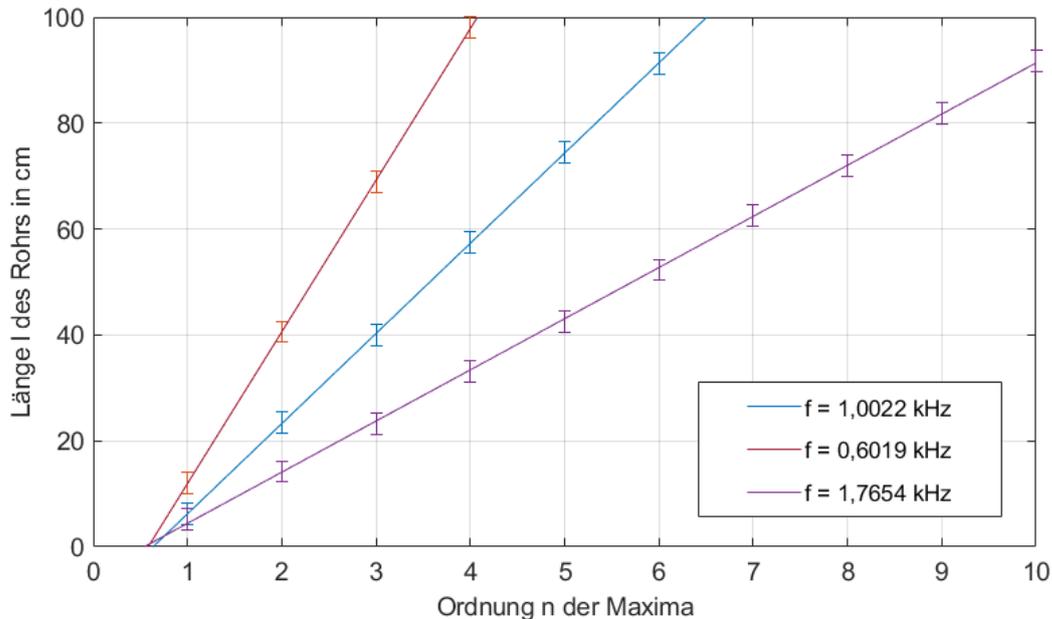


Abbildung 2: Stehende Welle: Rohrlänge gegen Ordnung des Maximums mit Fehlerbalken und Fitgeraden

4 Anhang

4.1 Fehlerrechnung Stehende Welle

Um die Unsicherheiten der Steigung m zu bekommen, wird das beim Plotten erhaltene Konfidenzintervall $[m - \sigma_m, m + \sigma_m]$ und die Student-t-Verteilung verwendet: $u(m) = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_m$, wobei $\frac{t}{\sqrt{n}}$ die Werte der Student-t-Funktion sind, bei n Werten die 6.2 lie Berechnung von m eingegangen sind. Die Unsicherheiten der Frequenz sind aufgrund der hohen Genauigkeit des Frequenzgenerators vernachlässigbar, jedoch schwankte die Frequenz beim Versuch ständig, weshalb $u(f) = 1,50$ Hz benutzt wird. $u(v_i)$ erhält man dann mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung unter Berücksichtigung von $u(m_i)$ und $u(f)$. Für die Unsicherheit des gewichteten Mittelwerts wird die Skalierungsunsicherheit $u(\bar{v})_{skal} = 0,05 \cdot \bar{v}$ mit $u(\bar{v})_{ext}$ quadratisch addiert.

5 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] Friedrich Kohlrausch. *Praktische Physik 3*. B.G. Teubner Stuttgart. URL: https://www.moodle.tum.de/pluginfile.php/2382722/mod_resource/content/1/Kohlrausch_Band3_Tab_Schallgeschwindigkeit-joined.pdf.

- [2] Fakultät für Physik. *Akustik (AKU)*. Technische Universität München. 23. Juni 2020. URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap1/AKU.pdf>.
- [3] *Table of Thermal Properties of Gases*. National Bureau of Standards Circular 564. (Besucht am).
- [4] W.M.Haynes, Hrsg. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. Hrsg. von David R. Lide. Hrsg. von Thomas J. Bruno. CRC Press.

Aufgabe 2

	Abstand [cm]	Zeitdifferenz [ms]
1:	30	1,00
2:	40	1,10
3:	50	1,35
4:	60	1,7
5:	70	2,0
6:	80	2,2
7:	90	2,6

$$v(d) = 20 \text{ mm}$$

$$v(d\epsilon) = \pm 0,1 \text{ ms}$$

↘ Akustik

Aufgabe 1

Stab	Länge [cm]	Δt in [ms]
Stab 1 (Stahl)	149,7	62,5 ms 600 μs
Stab 2 (Kupfer)	149,9	800 μs
brassing	150,0	850 360 μs

A3

$$f_1 = 1,0022 \text{ kHz}$$

Stempelhöhe [cm]

6,2

23,5

39,9

57,4

74,5

91,3

$$f_2 = 601,90 \text{ Hz}$$

Stempelhöhe [cm]

12

40,6

69

98

$$f_3 = 1,7654 \text{ kHz}$$

Stempelhöhe [cm]

5,3

14,2

23,3

33,1

42,6

52,3

62,5

72

81,9

91,8

Index der Kommentare

- 2.1 Nicht triviale Gleichungen belegen bzw. mit Quellenangabe versehen (hier z.B. Praktikumsanleitung)!
- 3.1 Nicht immer sonder nur unter besonderen Bedingungen (siehe 7/8)
- 3.2 Identisch ist die Welle nicht, hat ja einen Phasensprung erlebt. Es ist eher eine Resonanzbedingung, so dass beide Wellen eine feste Phasenlage haben
- 3.3 Beim Versuchsaufbau sind Skizzen/Schemas oft aussagekräftiger als Text. Diese könnten z.B. auch der Anleitung entnommen werden (mit Quellenangabe)
- 3.4 Etwas genauer erläutern, wieso man am Oszilloskop ein Signal sieht, wann sieht man einen Ausschlag?
- 4.1 Unsicherheiten angeben!
- 4.2 Es sind bisher noch gar keine Unsicherheiten angegeben -> siehe nächsten Kommentar
- 4.3 Nächstes mal einfach den Wert +/- Unsicherheit als Ergebnis angeben, also z.B. 4990 ± 415 m/s. So muss man sich beide Werte zusammen suchen.
- 5.1 Nein, innerhalb der von ihnen bestimmten Unsicherheit stimmt ihr Ergebnis sogar mit dem Literaturwert überein. Eine deutliche Abweichung liegt also nicht vor.
- 5.2 So schlimm ist es auch wieder nicht. Nicht nur den Zahlenwert vergleichen sondern immer auch die Unsicherheit. Und Bedenken: Die Standardabweichung gibt die Abweichung an, in der ~70% der Ergebnisse liegen müssten (die anderen 30% liegen statistisch ausserhalb)
- 6.1 Tatsächlich nicht da die verschiedenen Mikrofone einen Offset verursachen, nicht aber die Steigung beeinflussen würden. Eher wurde hier der Fehler einfach unterschätzt, z.B: das Ablesen des Abstands ist erfahrungsgemäß ungenau.
- 6.2 Es reicht in der Regel, die Standardabweichung des Fits zu berücksichtigen. Die Verwendung einer Student-t-Verteilung ist nicht notwendig.